

## ФЛУКТУАЦИИ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ

### 1. Введение

Все заряженные частицы при прохождении слоя вещества теряют энергию на возбуждение и ионизацию атомов среды. Эту энергию называют ионизационными потерями. Ионизационные потери используются для идентификации частиц с помощью различных детекторов (пропорциональных счетчиков, фотоэмульсий, пузырьковых камер, сцинтилляционных счетчиков и т. д.). Для частиц с данным зарядом измерения ионизационных потерь и импульса позволяют определить их массу. Если же масса частицы известна, то измерение ионизационных потерь дает возможность определить ее энергию. Изучение ионизационных потерь в веществах различной плотности и сравнение результатов эксперимента с теоретическими расчетами показали, что в плотных средах существенную роль играет эффект плотности (см. ниже), влияние которого особенно заметно в области высоких энергий частиц.

Статистический характер процесса ионизации приводит к значительным флуктуациям ионизационных потерь. Впервые расчет ожидаемых флуктуаций ионизационных потерь провел Ландау. Позднее этим занимались и другие авторы (см. например [3, 5, 6]). В результате было показано, что в зависимости от условий эксперимента (например, массы частицы, типа детектора) лучшее согласие с экспериментальными данными имеют разные решения. Так, в случае тяжелых частиц и тонких поглотителей экспериментальные данные хорошо описываются решением из работы [3].

### 2. Ионизационные потери заряженных частиц

Теоретическое рассмотрение ионизационных потерь основывается на формуле Бете-Блоха:

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{\text{ион}} = \frac{2\pi \cdot z^2 e^4 n}{mv^2} \left( \ln \frac{2mv^2 T_{\text{макс}}}{I^2 (1 - \beta^2)} - 2\beta^2 - \delta - U \right), \quad (1)$$

где  $n$  - число электронов в  $1 \text{ см}^3$  вещества,  $m$  - масса электрона,  $\beta = v/c$  ( $v$  - скорость частицы),  $ez$  - заряд частицы,  $I$  - средний потенциал ионизации атомов среды ( $I \cong 13,5 \cdot Z \text{ эВ}$ ),  $T_{\text{макс}}$  - максимальная энергия, передаваемая налетающей частицей атомному электрону:

$$T_{\text{макс}} = 2 \frac{(T + Mc^2 + mc^2)^2 mc^2}{M^2 c^4}, \quad (2)$$

$T$  - кинетическая энергия частицы с массой  $M$ ;  $\delta$  - поправка на эффект плотности, обусловленный поляризацией среды, величина  $U$  учитывает связь атомных электронов и существенна при малых энергиях.

Для численных расчетов удобнее пользоваться несколько иным видом записи формулы (1):

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \frac{A}{\beta^2} \left( B + 0,69 + 2 \ln \frac{P}{Mc} + \ln T_{\text{макс}} - 2\beta^2 - \delta - U \right). \quad (3)$$

( $\rho$  - плотность среды, выраженная в г/см<sup>3</sup>;  $T_{\text{макс}}, \delta, U$  - в МэВ).

Постоянные  $A$  и  $B$  даются следующими выражениями:

$$A = \frac{2\pi \cdot N_A \cdot Z^2 e^4}{mc^2 \rho} = 0,1536(Z/A_0),$$

$Z$  - атомный номер,  $N_A$  - число Авогадро,  $A_0$  - атомный вес вещества, в котором происходит ионизация;

$$B = \ln \frac{mc^2}{I^2},$$

здесь  $mc^2$  выражено в МэВ,  $I$  - в эВ.

Величину  $\delta$  можно найти из следующих выражений:

$$\delta = 4,606y + C + a(y_1 - y)^S \quad \text{при } y_0 < y < y_1;$$

$$\delta = 4,606y + C \quad \text{при } y > y_1;$$

$$\delta = 0 \quad \text{при } y < y_0, \text{ где } y = \lg \frac{P}{m}.$$

Параметры  $y_0, y_1, C, a$  и  $S$  зависят только от вещества и вычислены для многих веществ. Способ вычисления ионизационных потерь, а также значений параметров  $y_0, y_1, C$  и  $S$  для различных веществ приведены в приложении 3 в книге [1]. В таб. 1 даны значения  $A, B, y_0, y_1, C, a, S$  для ряда веществ.

Рассмотрим общие свойства формулы Бете-Блоха (1) для удельных ионизационных потерь в зависимости от скорости частицы. При малых скоростях частицы ионизационные потери быстро падают с ростом скорости частицы (как  $1/v^2$ , см. рис. 1). Физический смысл такой зависимости очевиден: чем меньше скорость частицы, тем больше время взаимодействия ее с электроном атома, а, следовательно, и больше импульс, переданный электрону. Переданный при столкновении импульс  $p$  пропорционален времени взаимодействия  $\tau$  или,  $1/v$ , а

соответствующая ему передача энергии  $p^2/2m$  пропорциональна  $1/v^2$ .

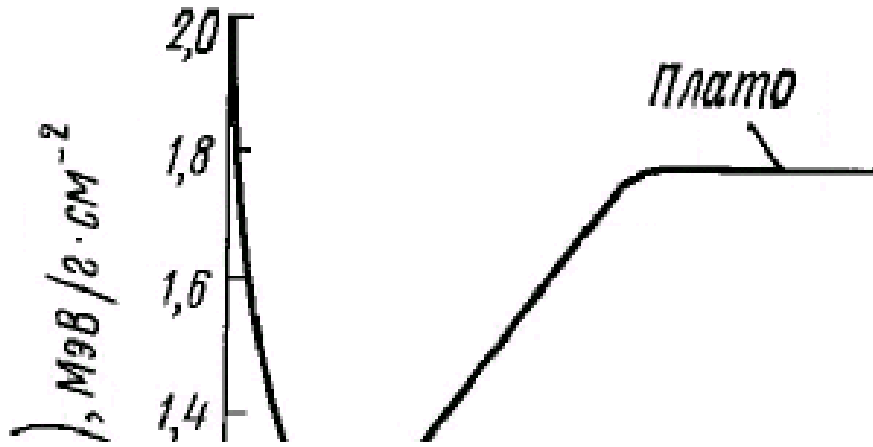


Рис. 1 Ионизационные потери мюонов

В релятивистской области ( $v \approx c$ ) зависимость ионизационных потерь от скорости целиком определяется членами формулы (1), стоящими в скобках (при  $v \approx c$  величина  $1/v^2$  практически не меняется). В этой области скоростей начинается логарифмическое возрастание ионизационных потерь с ростом энергии частицы (ионизационные потери  $(-dE/dx)_{\text{ион}}$  достигают минимума при  $v \approx 0,96c$ ). Рост потерь при  $v \rightarrow c$ , связан с релятивистским сжатием поля в продольном направлении и возрастанием роли далеких соударений. Кроме этого, частичный вклад в логарифмический рост потерь вносят и близкие соударения за счет роста максимальной энергии  $T_{\text{макс}}$ , передаваемой частицей атомному электрону, с возрастанием энергии частицы.

В плотных средах увеличение радиуса области вокруг траектории частицы, где происходит ионизация и возбуждение, ведет одновременно к возрастанию эффекта плотности (член  $\delta$  в (1) и (3)). Под воздействием поля движущейся частицы атомы, расположенные вблизи ее траектории, поляризуются, причем возникающее электрическое поле направлено навстречу полю частицы. На некотором расстоянии от траектории (это расстояние зависит от плотности среды) поле движущейся частицы полностью компенсируется и ионизационные потери за счет далеких соударений перестают возрастать с энергией. Поскольку поляризация среды прямо пропорциональна плотности электронов  $n$ , то этот эффект сильно зависит от плотности вещества. Отсюда и

его название - “эффект плотности”. В крайнем релятивистском случае поправка на эффект плотности имеет вид:

$$\delta = -\ln(1 - \beta^2) - \Psi,$$

где  $\Psi$  - константа, зависящая от свойств вещества,

$$\Psi = \ln \frac{I^2}{h^2 (ne^2 / \pi m)^4} + 1,$$

$h$  - постоянная Планка.

Член  $-\ln(1 - \beta^2)$  в формуле для  $\delta$  и член  $\ln(1 - \beta^2)$  в формуле (1) взаимно уничтожаются. Следовательно, часть релятивистского возрастания ионизационных потерь, связанная с ростом поперечных размеров электромагнитного поля частицы, полностью компенсируется эффектом плотности.

Таблица 1. Значение параметров для вычисления  $\delta$

параметры	Воздух	Водород	Полистирол	Свинец
$A, \text{МэВ/гсм}^{-2}$	0,0768	0,1524	0,0826	0,0608
$B$	17,69	21,07	18,65	12,81
$-C$	10,70	9,50	3,15	6,93
$a$	0,126	0,505	0,429	0,0652
$S$	3,72	4,72	2,85	3,42
$y_1$	4,0	3,0	2,0	4,0
$y_0$	1,87	1,85	0,13	0,4
$\rho, \text{г/см}^3$	$1,29 \cdot 10^{-3}$	$0,0899 \cdot 10^{-3}$	1,05-1,09	11,35
$I, \text{эВ}$	94	18,7	63,1	926
$I/I_H$	6,95	1,40	4,69	86,8
$Z$	7,37	1	88	82
$A_0$	-	1	-	207,2

Формулы (1) и (3) для ионизационных потерь справедливы и для сложного вещества. Ионизационные потери для такой среды вычисляются как сумма ионизационных потерь для различных элементов, составляющих данную среду. При этом средний потенциал ионизации и поправка на эффект плотности представляют собой усредненные величины  $\bar{I}$  и  $\bar{\delta}$ , определяемые из следующих выражений:

$$\ln \bar{I} = \sum_i f_i \ln I_i, \quad \bar{\delta} = \bar{Z} f_i \delta_i,$$

где  $f_i = n_i Z_i / \sum n_i Z_i$ ,  $n_i$  - число атомов элемента с атомным номером  $Z_i$ ,  $I_i$  - средний потенциал ионизации  $i$ -го элемента,  $\delta_i$  - поправка на эффект плотности для  $i$ -го элемента;  $f_i$  - соответствует силе осциллятора атомных электронов  $i$ -го элемента.

Постоянную  $A$  в формуле (3) в случае сложного вещества следует вычислять по формуле:

$$A = 0,1536 \left( \frac{\sum_i n_i Z_i}{\sum_i n_i A_{0i}} \right),$$

где  $A_{0i}$  - атомный вес  $i$ -го элемента.

### 3. Флуктуации ионизационных потерь

Выражение (1) определяет средние потери на ионизацию. В силу статистического характера столкновений ионизационные потери частицы при прохождении слоя вещества сильно флуктуируют.

Еще в работах Бора было показано, что распределение ионизационных потерь нерелятивистских частиц в толстых поглотителях подчиняется закону Гаусса с дисперсией  $\sigma = 4\pi \cdot e^4 z^2 N Z x$  ( $x$  - толщина поглотителя,  $N$  - число атомов в  $1 \text{ см}^3$ ).

В 1944 г. Л. Д. Ландау впервые получил функцию распределения для ионизационных потерь в тонком поглотителе около наиболее вероятного значения  $\varepsilon_{\text{вер}}$  и дал выражение для этого наиболее вероятного значения.

Кинетическое уравнение для функции распределения  $f(\kappa, \Delta)$  имеет вид:

$$\frac{\partial f(x, \Delta)}{\partial x} = \int_0^R W(\varepsilon) f(x, \Delta - \varepsilon) d\varepsilon - f(x, \Delta) \int_0^{\varepsilon_{\text{max}}} W(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (4)$$

где  $x$  - толщина слоя вещества, пройденного частицей с начальной энергией  $E_0$ ;  $\Delta$  - потери энергии частицы на пути  $x$ ;  $\varepsilon_{\text{max}} \equiv T_{\text{макс}}$  - максимальная энергия, переданная в одном столкновении;  $R = \Delta$  при  $\Delta < \varepsilon_{\text{макс}}$ ,  $R = \varepsilon_{\text{макс}}$  при  $\Delta > \varepsilon_{\text{макс}}$ ;  $W(\varepsilon)$  - потери энергии  $\varepsilon$  частицей с энергией  $E_0 \gg \varepsilon$  ( $W(\varepsilon) = 0$  при  $\varepsilon > \varepsilon_{\text{макс}}$ ). При составлении уравнения предполагалось, что потери энергии  $\Delta$  в слое вещества толщиной  $x$  малы по сравнению с начальной энергией (условие “тонкого” поглотителя). Поэтому вероятность

потерь на единицу пути  $W(\varepsilon)$  практически не зависит от конечной энергии  $E$  ( $\Delta = E_0 - E$ ).

Решение уравнения (4) имеет вид:

$$f(x, \Delta) = \frac{1}{\xi} \varphi(\lambda),$$

$$\varphi(\lambda) = \frac{1}{2\pi \cdot i} \int_{-i \cdot \infty + \delta}^{i \cdot \infty + \delta} e^{u \ln u + \lambda u} du, \quad u = \xi \cdot p; \quad (5)$$

$$\xi = x \frac{2\pi \cdot Ne^4 \rho \Sigma Z}{mv^2 \Sigma A}; \quad \lambda = \frac{\Delta - \Delta_0}{\xi}.$$

Функция  $\varphi(\lambda)$  имеет максимум при  $\lambda = -0,05$ . Отсюда получается следующее выражение для наиболее вероятных потерь энергии  $\Delta_0$  в случае тонкого поглотителя (толщина слоя  $x$  в г/см<sup>2</sup>):

$$\Delta_0 = \varepsilon_{вер} = \frac{2\pi \cdot ne^4 Z^2 \kappa}{mv^2 \rho} \left( \frac{\ln \frac{2mv^2 (2\pi \cdot ne^4 Z^2 t(mv^2 \rho))}{I^2 (1 - \beta^2)}}{-\beta^2 - \delta - U + 0,37} \right). \quad (6)$$

Или, вводя постоянные  $A$  и  $B$ , получим:

$$\varepsilon_{вер} = \frac{Ax}{\beta^2} \left( B + 1,06 + 2 \ln \frac{P}{Mc} + \ln \frac{Ax}{\beta^2} - \beta^2 - \delta - U \right). \quad (7)$$

На рис. 2 представлено распределение  $\varphi(\lambda)$ , полученное в работе Ландау (кривая  $L$ ). Это асимметричное распределение с максимумом при наиболее вероятном значении потерь энергии и с пологим спадом в области высоких значений потерь. Пологий спад связан со сравнительно редкими и близкими столкновениями, в которых образовавшимся  $\delta$ -электронам передается значительная доля энергии. Максимально возможная передача энергии осуществляется при лобовом соударении заряженной частицы с атомными электронами. В работе [5] было показано, что функция  $\varphi(\lambda)$  имеет максимум при  $\lambda = -0,225$ , а не при  $\lambda = -0,05$ . Выражение (7) с учетом [5] имеет вид:

$$\varepsilon_{вер} = \frac{Ax}{\beta^2} \left( B + 0,891 + 2 \ln \frac{P}{Mc} + \ln \frac{Ax}{\beta^2} - \beta^2 - \delta - U \right). \quad (8)$$

Полуширина распределения на половине высоты максимума после указанного уточнения составила 4,02.

В работе [6] получена функция распределения потерь при учете резонансных столкновений с атомарными электронами (следствие связи электронов в атоме). Учет резонансных явлений особенно существен для релятивистских частиц.

В работе [3] точно решена задача о флуктуациях ионизационных потерь тяжелых частиц в тонких поглотителях. В этом решении при нахождении функции распределения  $f(x, \Delta)$  вместо бесконечного (как в решении Ландау) был взят конечный

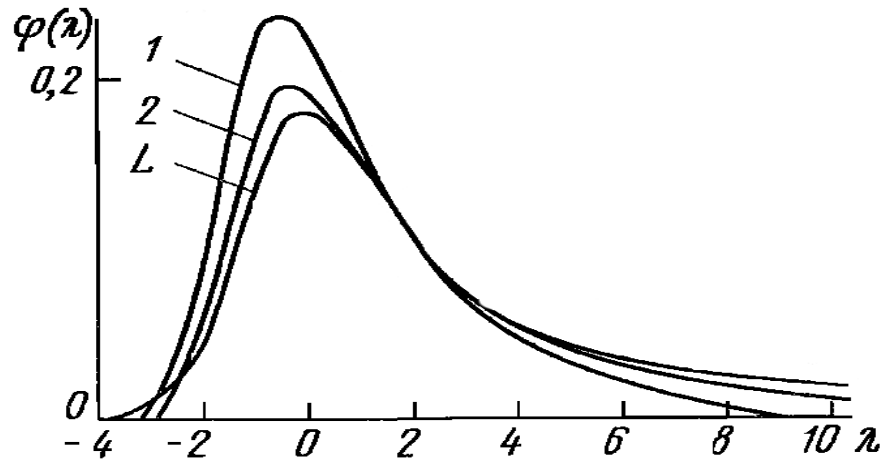


Рис. 2. Флуктуация ионизационных потерь энергии  
Кривые: 1 - для  $\kappa_{\text{макс}} = 0,1$ ; 2 - для  $\kappa_{\text{макс}} = 0,01$ ; L - функция Ландау

предел интегрирования, равный  $\varepsilon_{\text{макс}}$ . Функция распределения  $f(x, \Delta)$  в этом случае имеет вид:

$$f(x, \Delta) = \frac{1}{\pi \xi} \kappa_{\text{макс}} e^{\kappa_{\text{макс}}(1+\beta^2 k)} \times \int_0^{\infty} e^{\kappa_{\text{макс}} f_1} \cos(u\lambda + \kappa_{\text{макс}} f_2) du;$$

$$f_1 = \beta^2 (\ln u - Ci(u)) - \cos u - u Si(u);$$

$$f_2 = u(\ln u - Ci(u)) + \sin u + \beta^2 Si(u), \quad (9)$$

где  $Si$  и  $Ci$  - интегральные синус и косинус,  $\kappa_{\text{макс}} = \xi / \varepsilon_{\text{макс}}$ ,  $\xi = 0,3x(mc^2/\beta^2)Z/A_0$ ,  $k = 0,577$  - постоянная Эйлера,  $\varepsilon_{\text{макс}} = 2mc^2\beta^2/(1-\beta^2)$ . На рис. 2 приведены распределения  $\varphi(\lambda) = \xi f(\kappa, \Delta)$ , полученные по формулам (9) для значений  $\kappa_{\text{макс}} = 0,1$  (кривая 1) и  $\kappa_{\text{макс}} = 0,01$  (кривая 2) для значений  $\beta^2 = 0,9$ . На том же рисунке для сравнения показана и функция Ландау (кривая L). При  $\kappa_{\text{макс}} \leq 0,01$  справедливо решение Ландау. В области  $0,01 < \kappa_{\text{макс}} < 0,1$  необходимо пользоваться точным решением (9); в области  $\kappa_{\text{макс}} \geq 1$  решение переходит в кривую Гаусса.

## 4. Экспериментальная часть

**4.1. Описание установки.** В настоящей работе исследуются распределения ионизационных потерь мюонов и электронов вторичного космического излучения, которое регистрируется с помощью сцинтилляционных детекторов и амплитудного анализатора компьютера. Одновременно может быть получена информация об интенсивности мюонов и электронов на уровне моря. Потери энергии заряженной частицы, проходящей через сцинтиллятор, преобразуются в световую вспышку, регистрируемую затем фотоэлектронным умножителем. При этом необходимо, чтобы интенсивность световой вспышки в сцинтилляторе была пропорциональна энергии частицы, потерянной в сцинтилляторе на ионизацию, и чтобы амплитуда импульса на выходе ФЭУ была пропорциональна интенсивности световой вспышки. Для большинства сцинтилляторов величина световой вспышки пропорциональна поглощенной энергии. Фотоумножители также обладают линейной характеристикой в широком диапазоне напряжения питания. Амплитуда на выходе ФЭУ может быть определена из соотношения:

$$F = \frac{Q_0}{c} = \frac{n_0 e k}{c} = E \frac{\alpha \beta \varepsilon_e k}{c}.$$

Здесь  $n_0$  - число электронов, вылетающих с фотокатода при вспышке,  $e$  - заряд электрона,  $k$  - коэффициент усиления ФЭУ,  $c$  - емкость анодной цепи ФЭУ,  $E$  - энергия в эВ, потерянная в сцинтилляторе заряженной частицей на ионизацию,  $\alpha$  - световой выход фосфора,  $\beta$  - коэффициент, учитывающий неполное собирание света на фотокатоде,  $\varepsilon_e$  - эффективность фотокатода, выраженная в числе фотоэлектронов на 1 эВ энергии света. Энергия  $E$ , потерянная в сцинтилляторе заряженной частицей, равна  $(-dE/dx)_{\text{ион}} x$  ( $x$  - толщина слоя сцинтиллятора в г·см<sup>-2</sup>). Таким образом, регистрируя на амплитудном анализаторе распределение импульсов с выхода ФЭУ, мы получим распределение энергии  $E$ , потерянной в сцинтилляторе заряженной частицей. При этом необходимо обеспечить постоянство величины пути  $x$ , проходимого частицей в сцинтилляторе, или, по крайней мере, ограничить разброс его значений (это достигается с помощью выбора соответствующей геометрии установки). Разброс возможных значений  $x$ , шумы и флуктуации в ФЭУ приводят к симметричному расширению кривой распределений флуктуаций (рис. 2).



Установка состоит из двух сцинтилляционных детекторов, свинцового фильтра, научно-исследовательского измерительного комплекса (НИИК) и персонального компьютера. Сцинтилляционный детектор представляет собой ФЭУ-49 (диаметр фотокатода 170 мм) и сцинтиллятор (полистирол с добавкой терфенила) толщиной 50 мм и диаметром 160 мм, плотность сцинтиллятора  $\sim 1,1 \text{ г/см}^3$ . Применение в установке двух сцинтилляционных детекторов, расположенных один против другого и включенных на совпадения, обеспечивает регистрацию заряженных частиц, проходящих в узком телесном угле  $\Omega$  (рис. 3), а это, в свою очередь, ограничивает разброс длин пути, проходимого частицей в сцинтилляторе. Величина  $\Omega$  может регулироваться изменением расстояния между фотоумножителями.

С помощью данной установки изучаются ионизационные потери и их флуктуации от мюонов и электронов космических лучей.

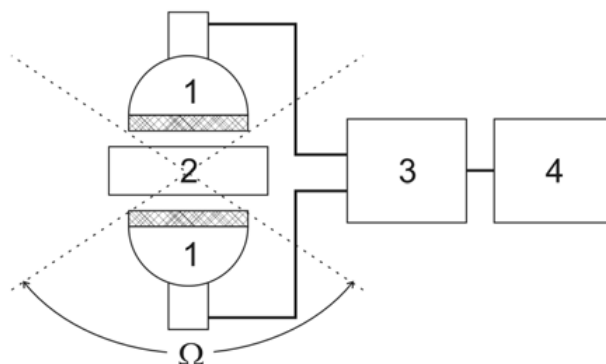


Рис.3 Блок-схема установки.

1 – сцинтилляционные детекторы, 2 – свинцовый фильтр, 3 – устройство регистрации (НИИК), 4 – компьютер.

Ионизации от мюонов регистрируется при условии совпадений сигналов в обоих каналах сцинтилляционных детекторов и наличии между детекторами свинцового фильтра толщиной не менее 10 см. При отсутствии свинцового поглотителя между сцинтилляционными детекторами регистрируется суммарная ионизация от мюонов и электронов. Вычитая результаты измерений ионизации от мюонов из суммарной, получим распределение ионизации от электронов. Регистрация амплитуд импульсов с выхода ФЭУ и все управление установкой осуществляется с помощью НИИК, созданного в отделе частиц сверхвысоких энергий НИИЯФ МГУ Силаевым А. А., Силаевым А. А., Широковым А. В. и используемого в других экспериментальных установках спецпрактикума ОЯФ. Научно-измерительный комплекс выполнен на базе крейта «Евромеханика» с платами определенного

функционального назначения: платой низковольтного питания, платой с двумя управляемыми высоковольтными источниками (0-2000 В), двухвходовым амплитудным анализатором, платой контроллера крейта, кабелем связи с персональным компьютером (PC) и адаптером PC. Отбор анализируемых сигналов производится на аппаратном уровне с использованием микросхем программируемой логики. Комплекс управляется с компьютера типа IBM PC. Полученные распределения отображаются на экране дисплея компьютера и записываются в его память.

Применяемые в настоящей работе сцинтилляционные детекторы и вся электронная схема управления и анализа зарегистрированных событий позволяет получить линейную зависимость между величиной ионизационных потерь в сцинтилляторе и величиной импульса, зарегистрированного амплитудным анализатором. Поэтому, как уже упоминалось выше, амплитудное распределение, полученное на анализаторе, и будет распределением ионизационных потерь.

Управление установкой, рекомендуемые режимы работы ФЭУ (высокое напряжение, коэффициенты усиления в каналах ФЭУ и т.п.) приведены в дополнительной инструкции, находящейся на рабочем столе.

#### **4.2. Порядок работы.** Порядок работы описан в инструкции, ознакомиться с которой следует перед началом работы.

1. Включить установку НИИК, компьютер. Запустить программу.
2. Руководствуясь инструкцией, изучить панель управления на экране дисплея.
3. Провести измерение импульсов от ионизации, вызванной мюонами.
  - 3.1. Установить свинцовый фильтр между сцинтилляционными детекторами.
  - 3.2. Выбрать ФЭУ, с выхода, которого будет идти регистрация импульсов.
  - 3.3. Установить рекомендованные режимы работы: высокое напряжение, усиление. Включить совпадения.
  - 3.4. Произвести набор статистики в течение 2 часов.
  - 3.5. По окончании набора статистики сохранить полученное распределение в файле с оригинальным именем.
4. Измерить распределение ионизации от суммарного космического излучения (мюонов и электронов).
  - 4.1. Убрать свинцовый фильтр между сцинтилляционными детекторами.
  - 4.2. Информацию снимать с того же ФЭУ, что и в п. 3.

- 4.3. Режимы работы остаются те же, что и в п. 3.3.
- 4.4. Произвести набор статистики в течение 2 часов.
- 4.5. По окончании набора статистики сохранить полученное распределение в отдельном файле.

## **5. Обработка результатов измерения**

1. Вычислить, пользуясь формулами, средние и наиболее вероятные ионизационные потери мюонов в сцинтилляторе (полистирол) толщиной 1 см и 5 см, а также на 1 см воздуха и на 1 см свинца. Пример такого расчета приведен в приложение 1.
2. Обработать полученные экспериментальные данные распределения от мюонов, пользуясь программным обеспечением:

- определить наиболее вероятную и среднюю ионизацию от мюонов (в номерах каналов).
- используя градуировку анализатора в эВ, приведенную в инструкции, перевести номера каналов в эВ.

Полученные таким образом средние и наиболее вероятные потери будут соответствовать условиям нашего эксперимента, в котором в качестве сцинтиллятора использован полистирол толщиной 5 см.

- сопоставить данные экспериментального распределения ионизации от мюонов с расчетными, приведенными на рис.2.
- определить интенсивность мюонов, зарегистрированных с помощью сцинтилляционного детектора.

Попробовать провести сравнение данных экспериментального распределения ионизационных потерь от мюонов с расчетными (рис.2), не используя готовую компьютерную программу. Для этого на экспериментальное распределение нанести расчетные значения, предварительно отнормированные по экспериментальным данным. Нормировку удобнее произвести в точках, соответствующих максимуму распределений, что соответствует наиболее вероятным потерям и средним потерям. В приложении 2 приведены численные значения  $\phi(\lambda)$  (см. рис. 2) для трех теоретических распределений, а также значения  $\xi$  и  $\lambda$  (см. (5)) для полистирола.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мурзин В. С., Сарычева Л. И. Множественные процессы при высоких энергиях. -М.: Атомиздат, 1974, с. 51-69, 351-358.
2. Мурзин В. С. Введение в физику космических лучей. -М.:Изд-во Моск. ун-та, 1988, п. 3.2.
3. Вавилов П. В. ЖЭТФ, 32, 920, 1957.
4. Хаякава С. Физика космических лучей. -М.: Мир, 1973, ч. 1, п. 2, с. 105-116.
5. Массавее Н. О. Papworth D. G. Phys. Lett., 30A, 241, 1969.
6. Blunck O., Leisegang S. Z. Physik, 128, 500, 1950.
7. Силаев А. А. и др. Многоканальный спектрометрический комплекс, -М.: ПТЭ, 2003 г., № 4, с. 161-162.
8. Янке Е., Эмде Ф. Таблицы функций с формулами и кривыми. -М.: Физматгиз, 1959, с. 97-100.
9. Копоть Е.А. Исследование ионизации, производимой релятивистскими заряженными частицами в очень тонких слоях газа. Дисс. к.ф.м.н. –М.: НИИЯФ МГУ, 1974.